DIPLOMA
Private staatlich anerkannte Hochschule
University of Applied Sciences

diploma.de

Karwatt / Vindigni

Spiel- und Entscheidungs-theorie

Studienheft Nr. 1250
1. Auflage 11/2023

Verfasser

Lothar Karwatt (Dipl. Kfm.)
Dozent im Fachbereich Betriebswirtschaftslehre an der DIPLOMA Hochschule

Co-Autor
Prof. Dr. mult. Giovanni Vindigni (D.Th. ufs)
Studiendekan für die Bachelor-Studiengänge Digital Games Business, UX-Design und Medienwirtschaft & Medienmanagement an der DIPOLMA Hochschule

DIPLOMA Hochschule
University of Applied Sciences
Am Hegeberg 2
37242 Bad Sooden-Allendorf
Tel. +49 (0) 56 52 58 77 70, Fax +49 (0) 56 52 58 77 729

Hinweise zur Arbeit mit diesem Studienheft

Der **Inhalt** dieses Studienheftes unterscheidet sich von einem Lehrbuch, da er **speziell für das Selbststudium aufgearbeitet** ist.

In der Regel beginnt die Bearbeitung mit einer Information über den Inhalt des Lehrstoffes. Diese Auskunft gibt Ihnen das **Inhaltsverzeichnis**.

Beim Erschließen neuer Inhalte finden Sie meist Begriffe, die Ihnen bisher unbekannt sind. Die **wichtigsten Fachbegriffe** werden Ihnen übersichtlich in einem dem Inhaltsverzeichnis nachgestellten **Glossar** erläutert.

Den einzelnen Kapiteln sind **Lernziele** vorangestellt. Sie dienen als Orientierungshilfe und ermöglichen Ihnen die Überprüfung Ihrer Lernerfolge. Setzen Sie sich **aktiv** mit dem Text auseinander, indem Sie sich Wichtiges mit farbigen Stiften kennzeichnen. Betrachten Sie dieses Studienheft nicht als „schönes Buch", das nicht verändert werden darf. Es ist ein **Arbeitsheft**, **mit** und **in** dem Sie arbeiten sollen.

Zur **besseren Orientierung** haben wir Merksätze bzw. besonders wichtige Aussagen durch Fettdruck und/oder Einzug hervorgehoben.

Lassen Sie sich nicht beunruhigen, wenn Sie Sachverhalte finden, die zunächst noch unverständlich für Sie sind. Diese Probleme sind bei der ersten Begegnung mit neuem Stoff ganz normal.

Nach jedem größeren Lernabschnitt haben wir Übungsaufgaben eingearbeitet, die mit **„SK = Selbstkontrolle"** gekennzeichnet sind. Sie sollen der Vertiefung und Festigung der Lerninhalte dienen. Versuchen Sie, die ersten Aufgaben zu lösen und die Fragen zu beantworten. Dabei werden Sie teilweise feststellen, dass das dazu erforderliche Wissen nach dem ersten Durcharbeiten des Lehrstoffes noch nicht vorhanden ist. Gehen Sie diesen Inhalten noch einmal nach, d. h., durchsuchen Sie die Seiten gezielt nach den erforderlichen Informationen.

Bereits während der Bearbeitung einer Frage sollten Sie die eigene Antwort schriftlich festhalten. Erst nach der vollständigen Beantwortung **vergleichen Sie Ihre Lösung mit dem** am Ende des Studienheftes **angegebenen Lösungsangebot.**

Stellen Sie dabei fest, dass Ihre eigene Antwort unvollständig oder falsch ist, müssen Sie sich nochmals um die Aufgabe bemühen. Versuchen Sie, jedes behandelte Thema vollständig zu verstehen. **Es bringt nichts, Wissenslücken durch Umblättern zu übergehen.** In vielen Studienfächern baut der spätere Stoff auf vorhergehendem auf. Kleine Lücken in den Grundlagen verursachen deshalb große Lücken in den Anwendungen.

Zudem enthält jedes Studienheft **Literaturhinweise.** Sie sollten diese Hinweise als ergänzende und vertiefende Literatur bei Bedarf zur Auseinandersetzung mit der jeweiligen Thematik betrachten. Finden Sie auch nach intensivem Durcharbeiten keine zufriedenstellenden Antworten auf Ihre Fragen, geben Sie nicht auf. Wenden Sie sich in diesen Fällen schriftlich oder fernmündlich **an uns**. Wir stehen Ihnen mit Ratschlägen und fachlicher Anleitung gern zur Seite.

Wenn Sie **ohne Zeitdruck** studieren, sind Ihre Erfolge größer. Lassen Sie sich also nicht unter Zeitdruck setzen. **Pausen** sind wichtig für Ihren Lernfortschritt. Kein Mensch ist in der Lage, stundenlang ohne Pause konzentriert zu arbeiten. Machen Sie also Pausen: Es kann eine kurze Pause mit einer Tasse Kaffee sein, eventuell aber auch ein Spaziergang an der frischen Luft, sodass Sie wieder etwas Abstand zu den Studienthemen gewinnen können.

Abschließend noch ein formaler Hinweis: Sofern in diesem Studienheft bei Professionsbezeichnungen und/oder Adressierungen aus Gründen der besseren Lesbarkeit ausschließlich die männliche Form Verwendung findet (z. B. „Rezipienten“), sind dennoch alle sozialen Geschlechter, wenn kontextuell nicht anders gekennzeichnet, gemeint.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Bearbeitung dieses Studienheftes.

Ihre

DIPLOMA
Private Hochschulgesellschaft mbH

Spiel- und Entscheidungstheorie

Inhaltsverzeichnis Seite

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Spiel- und Entscheidungstheorie

Glossar

Abstimmungsregel	Eine Abstimmungsregel ist eine Methode, die ordinale Präferenzen von Gruppenmitgliedern zu einer ordinalen Gruppenpräferenzordnung aggregieren.
Auszahlung	Unter den Auszahlungen aus einem Spiel sind Bewertungsmesszahlen zu verstehen, mit denen die Spieler den Spielausgang für sich selbst bewerten. Eine Dimension ist nicht festgelegt, obwohl es sich in den meisten Fällen um Geldzahlungen handelt.
Beste Antwort	Unter der besten Antwort ist die Strategie eines Spielers zu verstehen, wenn sie ihm mindestens dieselbe Auszahlung einbringt wie eine beliebige andere Strategie bei vorgegebenen Strategien der (des) anderen Spieler(s).
Charakteristische Funktion	In einem kooperativen Spiel ordnet die charakteristische Funktion jeder Koalition C der Spielermenge N = {1, … , N} den Gewinn zu, welchen die Koalitionäre maximal unter sich aufteilen können.
Eindeutigkeit	Ein Spiel ist dann eindeutig, wenn es nur ein Gleichgewicht besitzt.
Entscheidung	Unter einer Entscheidung ist die Auswahl von mindestens zwei möglichen Handlungsalternativen zu verstehen, die von einem Individuum getroffen wird, das dabei bestimmte übergeordnete Ziele mittelbar oder unmittelbar erreichen möchte.
Entscheidungsbaum	Unter einem Entscheidungsbaum ist ein gerichteter Graph zu verstehen, der mögliche zukünftige Ereignisse über mehrere frei definierbare Zeitperioden hinweg abbildet, wobei er Entscheidungen von Entscheidungsträgern bzw. von Spielern mit einbezieht.
Entscheidungstheorie, deskriptive	In der deskriptiven Entscheidungstheorie wird **tatsächlich reales Entscheidungsverhalten** beschrieben und untersucht, warum Entscheidungen gerade so und nicht anders getroffen wurden.
Entscheidungstheorie, präskriptive	In der präskriptiven oder auch normativen Entscheidungstheorie soll versucht werden, die besten Handlungsalternativen zu ermitteln, wenn sich die Entscheider zur Erreichung ihrer Ziele absolut rational verhalten.
Erwartungswert	Der Wert, der bei genügend häufiger Durchführung des Zufallsvorganges als durchschnittliche Realisation zu erwarten ist, heißt Erwartungswert.
Gleichgewicht	Ein Gleichgewicht (oft auch: das Nash-Gleichgewicht) ist eine Strategiekombination, bei der alle Spieler wechselseitig ihre beste Antwort auf Spielzüge des Gegners spielen. Es liegt

Spiel- und Entscheidungstheorie

1 Einleitung

1.1 Aufbau und Inhalt dieses Lehrheftes

Im Studiengang Digital Games Business besteht das **Modul 9 „Games Studies"** aus zwei Lehrveranstaltungen, deren erste, **„Spiel- und Entscheidungstheorie", dieses Studienheft zur Grundlage** hat. Wie am Titel leicht zu erkennen ist, handelt es sich um eine zentrale Vorlesung. Denn natürlich gibt es bei Spielen einen erheblichen theoretischen Background, mit dem sie wissenschaftlich behandelt werden können. Ohne hier bereits auf Details eingehen zu wollen, sei auf einige Aspekte hingewiesen, welche diesen Tatbestand drastisch untermauern:

a) Zur Theorie des Schachspiels, eines der ältesten und sicherlich komplexesten Brettspiele überhaupt, gibt es zahllose Werke zur Theorie. Seriöse Schätzungen gehen von ca. 500.000 Titeln aus, der 2013 verstorbene deutsche Großmeister Lothar Schmid wies bei seinem Tod mit 50.000 Werken die größte deutsche Sammlung auf, und selbst der Autor dieser Zeilen kommt auf eine vierstellige Zahl von Büchern zur Schachtheorie.

b) Unter den Kartenspielen genießt das Bridge eine ähnliche Stellung wie das Schach unter den Brettspielen, auch hier erschien eine sehr große, nicht näher zu beziffernde Menge an Büchern.

c) Mittlerweile haben in den klassischen Spielen fast überall Computerprogramme die Führerschaft übernommen, doch manche Spiele sind derart komplex, dass selbst die leistungsfähigsten Programme den Menschen noch unterlegen sind.

d) Ein eigenes Genre haben selbstredend Computerspiele geschaffen. Sie haben einen eher kommunikativen Charakter und setzen eigene Gewichte, die sowohl unterhaltende als auch strategische Schwerpunkte aufweisen, und auch zu ihnen gibt es diverse Literatur, käufliche Tools usw.

In dieser Einleitung lesen Sie zunächst, was Sie auf den kommenden Seiten erwartet. Dabei wurde ein **kurzer historischer Abriss** integriert, der Meilensteine in der Entwicklung der Spieltheorie betrachtet. Die **zentralen Kapitel** werden zunächst von der „**allgemeinen Spieltheorie"** eröffnet. Hier werden zahlreiche Definitionen, Konventionen und Beispiele dargelegt, um sich über das komplexe Thema überhaupt verständigen zu können. Der Formalismus ist hier durchaus mathematischer Natur.

Kapitel 3 frischt mathematische Grundlagen auf und vertieft sie in Bereichen, die für die Spieltheorie von besonderer Bedeutung sind, stellt also Nutzenfunktionen, Erwartungswerte, Auszahlungsmatrizen u. ä. Tatbestände dar.

Kapitel 4 ist der Entscheidungstheorie gewidmet, weil kein Spiel ohne Entscheidungen von Spielern möglich ist. Die Entscheidungstheorie trägt ebenfalls verstärkt mathematische Züge, tendiert aber auch in Bereiche, in denen psychologische Aspekte eine Rolle spielen, die zahlentechnisch oft schwierig oder gar nicht abgebildet werden können.

Kapitel 5 fokussiert auf die **„Spiele in Normalform",** eine besonders definierte Art von Spielen, und untersucht diese.

Es liegt an der Art der Materie, dass diese Einleitung hier nicht endet, sondern Folgendes vorstellt:

1.2 Entstehung der Spieltheorie

Um zu verstehen, warum Spiele in unserer Gesellschaft eine derart hohe Bedeutung erlangt haben, dass sie einerseits eine milliardenschwere Industrie, die Games-Wirtschaft, hervorgebracht haben, und dass diese Spiele mit mathematischen Methoden zu untersuchen sind, müssen wir einen kurzen Abriss zur **Entstehungsgeschichte der Spieltheorie** voranschicken.

Eine gelebte, wenngleich grausame Frühgeschichte erfuhr die Spieltheorie durch die ersten **größeren militärischen Auseinandersetzungen** der Menschheitsgeschichte. Dabei ist es beliebig, ob die Schlachten der frühen ägyptischen Reiche gegen ihre Widersacher oder die Auseinandersetzungen der Griechen mit den Persern oder die römische Militärgeschichte betrachtet werden: Es gibt über diese Kampfhandlungen recht detaillierte Aufzeichnungen, die wesentliche Elemente eines Spiels darstellen. So sind die Maßnahmen der Feldherren als „Züge“ in einem dynamischen Spiel aufzufassen, die „makedonische Phalanx“ ist ebenso eine Strategie wie die doppelte Umfassung der römischen Truppen durch Hannibal bei Cannae. Die weitere Militärgeschichte schrieb diese Aspekte bis in die heutige Zeit fort.

Weil die **Feldherren** in ihrer **Kunst „geübt“** werden sollten, entstanden **strategische Brettspiele** wie das persisch-vorderindische „Tschaturanga“, das als früher Vorläufer des heutigen Schachspiels gesehen werden kann (viele Spielehistoriker führen auch Go bzw. Shogi auf das Tschaturanga zurück), bei dem zwar zunächst vier Heere gegeneinander kämpften, von denen sich dann jeweils zwei zu einer Partei vereinigten, wobei viele Zugmöglichkeiten schon dem heutigen Schach entsprachen. Die frühen Herrscher förderten diese Spiele, weshalb Schach und Go vor allem an Königshöfen und in Adelshäusern gepflegt wurden.

Zu **Beginn des 19. Jahrhunderts** (z. T. schon etwas früher, etwa durch Bertrand und Stackelberg) wurden die **ersten systematischen Untersuchungen** zur Spieltheorie vorgenommen, bei denen es sich allerdings mehr um die Lösung von Einzelproblemen handelte. Es gab noch keine konsenstheoretischen Abduktionen. Der Bezug zum **„Homo oeconomicus“** der Betriebswirtschaftslehre war aber durchaus schon gegeben; von besonderem Interesse war für die frühen Spieltheoretiker, wie sich die Präferenzen des wirtschaftlich denkenden Menschen auf das Selbstkonzept von Spielern übertragen lassen – und umgekehrt.

Die wissenschaftliche Fundierung der Spieltheorie fußte allerdings parallel zur Etablierung der Wirtschaftswissenschaften, weil schnell erkannt wurde, dass wirtschaftliche Fragestellungen – und vor allem deren Lösungen (!) – oftmals nach bestimmten Spielregeln abliefen, welche die Spieler (also die Subjekte des Wirtschaftslebens) zunächst aufstellten (dabei halfen Regierungen, manchmal geleitet von ideologischen Prämissen, meist aber vom Welfare-Gedanken gegenüber der eigenen Bevölkerung, durch den Erlass entsprechender Gesetze), um dann Strategien zu entwickeln.

Merke: **Volkswirtschaftslehre und Betriebswirtschaftslehre haben sich die Spieltheorie ebenso zunutze gemacht, wie die reine Mathematik diese als Disziplin behandelt. Im Vordergrund steht dabei stets der Gedanke der Nutzenoptimierung für Menschen und Unternehmen.**

Einer der wichtigsten Forscher auf diesem Gebiet war der Mathematiker **John von Neumann**, der einerseits Spiele untersuchte, seine Theorien aber im Wesentlichen auf alltägliche Konfliktsituationen ohne Kenntnis der Absichten des Gegenspielers oder der Gegenspieler bezog, weil solche Fragestellungen das Wirtschaftsleben bestimmten. Sein wichtigster Schritt war dabei die

Verallgemeinerung von bereits gültigen Nutzentheorien, die, wie wir noch sehen werden, von einer 2-Güter-Welt oder von einem 2-Personen-Spiel ausgehen, auf allgemeingültige Verhaltensweisen von n Akteuren. Dabei fokussierte von Neumann vor allem auf expandierende Volkswirtschaften.

Im selben Atemzug mit dem Namen von Neumann muss **Oskar Morgenstern** genannt werden, der wie von Neumann als Begründer der Spieltheorie gilt. Nach beiden Wissenschaftlern ist die „Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion“ benannt, die aufzeigt, dass der Nutzen nicht nur ordinal gemessen werden kann, sondern durchaus kardinal. Damit machte Morgenstern die volkswirtschaftliche Nutzentheorie operationabel und erschloss ihr das weite Feld der Analysis mehrerer Veränderlicher.

Der vielleicht **herausragende Wissenschaftler**, dessen Namen mit der Entwicklung der Spieltheorie verbunden ist wie der keines anderen, ist **John Forbes Nash**. Sein Leben wurde darüber hinaus öffentlichkeitswirksam verfilmt in dem Biopic „A Beautiful Mind“ mit dem Oscarpreisträger („Gladiator“) Russel Crowe.

Abb. 1: John Forbes Nash, Quelle: Nature Magazine online, URL: www.nature.com/articles/522420a

Seine **Gleichgewichtstheorien** (und einiges mehr) werden Gegenstand des Kapitel 5 sein.

Weitere **Meilensteine auf dem Weg der Spieltheorie** bis zum heutigen Tag waren:

1. Das Jahr **1928**, als John von Neumann seine **Theorie der Gesellschaftsspiele** veröffentlichte. Dabei äußerte er sich zu Nullsummenspielen und betrachtete systematisch die Auszahlungsfunktionen der Spieler.

2. Das Jahr **1944**, in welchem ebenfalls John von Neumann zusammen mit Oskar Morgenstern den **Zusammenhang** zwischen **Spieltheorie** und **ökonomischem Verhalten** schuf („Theory of Games and Economics Behavior“), vgl. Abschnitt 3.4.

3. Die **fünfziger und sechziger** Jahre des **20. Jahrhunderts** mit den Arbeiten von u. a. Nashs zu **experimentellen Spielen** über das Verhalten der Spieler in denselben; dabei kam es nicht nur zu einer zunehmenden Mathematisierung der Spieltheorie, sondern es erfolgte auch eine starke Politisierung, weil viele Modelle auf das Verhalten von Politikern und Nationen angewendet werden konnten, so zum Beispiel auf die Frage nach der Menschheitsauslöschung durch einen globalen Nuklearkrieg (oder mit B- und C-Waffen).

4. Schließlich die Vergabe des **Nobel-Gedächtnispreises** für **Wirtschaftswissenschaften** im Jahr **1994** an die Spieltheoretiker John F. Nash, John Harsanyi und Reinhard Selten. Ebenfalls genannt werden sollte der **Wirtschaftsnobelpreis 2005** für die Spieltheoretiker Robert J. Aumann und Thomas C. Schelling, die zu **Entscheidungen** forschten, die unter **Kenntnis/Nichtkenntnis der Entscheidungen anderer Beteiligter** (in der Politik, z. B. bei Abrüstungsverhandlungen der Großmächte) getroffen werden.

Ohne Anspruch auf Vollzähligkeit sollen hier noch einige **Wissenschaftler und Spieltheoretiker genannt** werden, deren Werke es sich auf jeden Fall zu studieren lohnt bzw. bei denen einige Anregungen zum Verfassen einer Bachelorthesis gefunden werden könnten:

Name des Wissenschaftlers	Lebenszeit	Wesentlicher Forschungsaspekt
Aumann, Robert John	1930 –	Entwickelte das Prinzip des korrelierenden Gleichgewichts und arbeitete zum Phänomen des „Gemeinsamen Wissens“. Hierbei geht in die Strategie der Spieler nicht nur ein, was sie an gemeinsamen Informationen haben, sondern auch, dass ein Spieler weiß, dass der nächste Spieler alles weiß, dieser aber weiß, dass der 1. Spieler weiß, dass er alles weiß usw.
Harsanyi, John	1920 – 2000	Entwicklung des Gleichwahrscheinlichkeitsmodells im Rahmen einer utilitaristischen Moralphilosophie, dabei ging es ihm um Verhandlungslösungen bei gleichzeitigem Anstreben der gemeinwirtschaftlichen (staatlichen?) Nutzenmaximierung
Lewis, David Kellog	1941 – 2001	Eher philosophisch ausgerichtet, diskutierte er Koordinationsprobleme innerhalb der Spieltheorie, die sich dadurch auszeichnen, dass es: a) mehrere Lösungen gibt b) die Spieler durchaus gemeinsame Interessen haben c) eine eindeutige Lösung aber nicht zu erkennen ist
Schelling, Thomas Crombie	1921 – 2016	Arbeitete an der Theorie der Tit-for-tat-Spiele am Beispiel der nuklearen Aufrüstung bzw. Abrüstung
Selten, Reinhard	1930 – 2016	Entwickelte zusammen mit Nash die Theorie der teilspielperfekten Gleichgewichte, vgl. Kapitel 5
Smith, John Maynard	1920 – 2004	In der Spieltheorie eher ein Außenseiter, war er Evolutionsbiologe und versuchte zu ermitteln, inwiefern spieltheoretische Zufälle auf das Phänomen der geschlechtlichen und der gleichgeschlechtlichen Fortpflanzung einwirken – oder nicht.

Tabelle 1: Führende Wissenschaftler auf dem Teilgebiet der Spieltheorie, Quelle: Eigene Darstellung

Die **Spieltheorie gliedert sich in verschiedene Fachgebiete**, insbesondere kann sie problemexplorative Lösungen anbieten in folgenden Situationen:

- **Unternehmensinterne Prozesse** bezüglich Preisgestaltungen, Markteintritte oder Rückzüge sowie zur Produktausgestaltung

- Forschung und Entwicklung von **Strategien monopolistisch** auftretender Anbieter, im **Dypol** und auf noch wenig erforschten, **instabilen Oligopolen**

- Findung von Problemlösungsstrategien bei **interorganisationalen Kommunikationsprozessen** mit einzelnen und parteiorientierten Akteuren, etwa bei **Tarifverhandlungen** oder bei der Erarbeitung von **Betriebsvereinbarungen**

- **Analyse des Bieterverhaltens** bei öffentlichen und nichtöffentlichen Auktionen (z. B. bei Ausschreibungen)

- Staatsverhalten beim **Public Choice** (Bereitstellung von öffentlichen Gütern, Analyse möglichen **Freerider-Verhaltens**), was aktuell eine hohe Bedeutung im Rahmen **der ökologischen Metamorphose der bundesrepublikanischen** und damit zum Teil der **paneuropäischen Gesellschaft** gewinnen kann

- **Transparenzförderung** des Verhaltens innerbetrieblicher Interessen- und Anspruchsgruppen

Bei der Betrachtung der Spieltheorie sollte der Studierende natürlich nie außer Acht lassen, dass es sich hierbei um eine Theorie handelt, die oftmals allein durch die Freude am Spiel selbst außer Kraft gesetzt wird. **Obwohl es möglich ist, auch diese emotionale Komponente des Spiels mit individuellen Korrekturfaktoren zu erfassen, wurde bisher weitgehend darauf verzichtet**. Eine kleine Fallgestaltung, die außerhalb der systematischen Zählweise dieses Lehrheftes steht, mag dies vor Augen führen:

0. Fallgestaltung (Der müde Spieler voller Spielfreude):

Der Verfasser dieses Lehrheftes spielt nach einem umfassenden Vorlesungstag mehrere Partien Internetschach mit einer verkürzten Bedenkzeit von ca. 5 Minuten pro Partie. Obwohl er ein routinierter Spieler mit umfassenden Kenntnissen ist, gehen fünf Partien in Folge gegen z. T. unterklassige Gegner verloren. Viele Elo-Punkte gehen dadurch verloren. Ihr Autor sieht ein, dass er aus reiner geistiger Erschöpfung heraus an diesem Abend nicht viel gewinnen wird. – Aber: Er spielt noch lange weiter.

Lösung:

Dieses „0. Beispiel“ wirkt auf den ersten Blick eines seriösen Lehrheftes nicht würdig, auf den zweiten Blick erscheint es allenfalls paradox. Doch es hat einen **wichtigen Demonstrationseffekt** für weitere **Aspekte der Spieltheorie**, die aus dem Wesen des Spiels herrühren:

1. Das **Spiel selbst** (Schach) übt auf den Spieler einen **ungeheuren Zauber** aus. Der Spieler will es einfach fortsetzen, seine Gründe hierfür sind rein emotional.

2. Die Ausgestaltung des Spiels als **Internetschach** mit den vielen technischen Möglichkeiten hat einen **hohen Erlebniseffekt.**

3. Wie jeder Spieler, der verloren hat, **hofft er immer noch und immer wieder auf einen Gewinn** (und in der Fallgestaltung ist dieser nicht einmal unwahrscheinlich, weil durch die Zuwahl der künstlichen Intelligenz, welche einen solchen Schachserver unterstützt, die Gegner mit jedem Verlust tendenziell schwächer werden, was die Gewinnwahrscheinlichkeit steigert).

4. Auch in diesem Beispiel **stellt der ungewisse künftige Verlauf des Spiels seine Reziprozität** sicher. Auch hier, wie in sehr einfach strukturierten Beispielen wie „Schere-Stein-Papier“, besteht der Reiz im ungewissen Verhalten der anderen Spieler, besonders zu nennen sind (jetzt mit Allgemeingültigkeit aller Spiele): Kombinationsreichtum der Zukunft des Spiels, zahlreiche zufällige Zugfolgen bei PC-Spielen, „strategische Laune“ des Spielers und eine soziale sowie psychologische Komponente.

Die Folge ist der verstärkte Hang des Spielers zur Amplifizierung[1], also dem Verweilen im Spiel statt eines Ausstieges. Das **Spiel triggert** lange Zeit seine Synapsen.

[1] Der Begriff stammt eigentlich aus der Molekularbiologie und bezeichnet die Selbstvermehrung bestimmter DNA-Moleküle.

1.3 Das Gefangenendilemma

Kein Werk der Literatur zur Spieltheorie kommt ohne ein bestimmtes zentrales Beispiel aus, das sogenannte **„Gefangenendilemma“.** Wir stellen es zunächst als Fallgestaltung vor:

1. Fallgestaltung (Gefangenendilemma):

Der Staatsanwalt hat zwei Schwerverbrecher gefangen. Er separiert sie voneinander und verhört sie scharf. Er ist sich sicher, dass sie beide schwerer Verbrechen schuldig sind, leider aber hat er keine hinreichenden Beweise.

Daher erklärt er jedem von ihnen: Der Gefangene hat genau zwei Möglichkeiten: Er kann gestehen oder auch nicht gestehen. Wenn sie beide leugnen, so erhalten sie wegen kleinerer Delikte je 1 Jahr Haft ohne Bewährung. Wenn beide gestehen, bekommen sie eine schwere Strafe in Höhe von 8 Jahren. Gesteht nun der eine, der andere aber leugnet, so wird der Geständige nach kurzer Zeit (3 Monate) freigelassen, der Leugner aber erhält die Höchststrafe in Höhe von 10 Jahren Freiheitsentzug.

Mit diesem oder einem ähnlichen Text (und mit ähnlichen Daten für die zu erwartenden Strafen) für die beiden gefangenen Übeltäter **findet sich dieses klassische Beispiel in jedem Lehrbuch zur Spiel- bzw. Entscheidungstheorie.**
Es hat in den Alltag Eingang gefunden und in das Entertainment. In fast jedem Kriminalfilm, allen möglichen Polizeiserien im deutschen oder internationalen Fernsehen und in diversen anderen Formaten gibt es viele Handlungsstränge, welche die in der Fallgestaltung dargestellte Situation aufgreifen und cineastisch ausschmücken.

Denken Sie zunächst bei einem Kaffee darüber nach, wie Sie sich als einer der beiden Straftäter verhalten würden. Und bitte begründen Sie Ihre Entscheidung, weil diese noch nachhaltig hinterfragt werden muss. Wir werden – nach einigen Definitionen zu Spielen, die zunächst mit der Lösung des Falles nur mittelbar etwas zu tun haben –

a) in diesem Lehrheft eine erste (Literatur-)Lösung präsentieren, welche dazu führt, dass Polizeibehörden tatsächlich zu dieser Versuchsanordnung greifen,

aber

b) immer **wieder zu diesem Standardfall zurückkehren**, indem einige Grundvoraussetzungen geändert werden, was auch die Lösung verändern kann.
c) Darüber hinaus sollen einige praktische Anwendungen erfolgen, die nichts mit im Verhör stehenden Straftätern zu tun haben, sondern mit wirtschaftlichen Fragestellungen, auf welche das Gefangenendilemma und seine Varianten klare Antworten zu liefern wissen.
d) Dafür enthält das Studienheft einige Übungen, um den Stoff in seiner Anwendung zu vertiefen.

Vertiefende Literatur zum Kapitel 1

a) Holler, Manfred, J; Illing, Gerhard; Napel, Stefan: Einführung in die Spieltheorie, 8. Auflage, Verlag Springer-Gabler, München 2019, Seite 2 ff.

b) O.V.: Filmausschnitt aus „A Beautiful Mind“, URL: https://www.youtube.com/watch?v=frcjRXb5Zrl; Einsichtnahme am 09.12.2021, 15.00 h

c) O.V.: Das Spiel „Schere-Stein-Papier“, URL: https://www.youtube.com/watch?v=YJdKSqYKsFA, Einsichtnahme am 09.12.2021, 15.15 h

2 Grundlagen und allgemeine Spieltheorie

Lernziele:

Nach der Lektüre dieses Kapitels soll der Leser

- die historische Entwicklung der Spieltheorie kennen
- die Spieltheorie aus den ludologischen Antrieben der Menschen heraus einordnen können
- wichtige begriffliche Grundlagen der Spieltheorie kennen
- Arten von Spielen unterscheiden können
- erste Eindrücke der Formalsprache der Spieltheorie aufnehmen
- das Gefangenendilemma als klassisches Studienobjekt verstehen und eine erste Lösung herleiten können

Vor der Einführung weiterer Formalismen ist der Begriff der Spieltheorie zu klären:

Definition Spieltheorie:
Die Spieltheorie ist eine mathematische Methode, die das rationale Entscheidungsverhalten in Situationen ableitet, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Aktionen anderer abhängt, also dadurch, dass Beteiligte untereinander agieren.

Durch diese Definition unterscheidet sich der Begriff der Spieltheorie vom etwas enger gefassten Terminus der Entscheidungstheorie: Dort wird nur auf die Reaktion einer Partei oder Person abgestellt, die **Spieltheorie** ist also **mehr interagierend** und, wie wir sehen werden, sogar mehrfach interagierend.

Dieses Entscheidungsverhalten ist unter anderem auch in sozialen Situationen relevant, was viele Untersuchungen von Soziologen und Psychologen hervorgebracht haben. Für unsere Untersuchungen aber steht das Spiel selbst im Vordergrund – in der Praxis wird die Spieltheorie sehr häufig in der Wirtschaft herangezogen, um bestimmte, durchaus konfliktionäre Situationen aufzulösen. Das in der Einleitung aufs Tapet gebrachte Gefangendilemma kann natürlich als reines „Spiel" betrachtet werden, doch in der konkreten geschilderten Situation dürfte den Beteiligten nicht der Sinn nach „spielen" in einem kindlichen oder ludologischen Zusammenhang stehen. Vielmehr möchte der Staatsanwalt eine möglichst langzeitige Verurteilung erreichen, während die beiden Gefangenen versuchen werden, eine nur kleine Strafe zu erdulden.

Das **Anliegen bzw. die Eigenschaften spieltheoretischer Situationen** sind also:

1. Die weitergehende Spieltheorie unterstützt die Entscheidungstheorie, indem sie strategische Entscheidungen (= das Spiel) systematisch und mit mathematischen Methoden untersucht.

2. Das Ergebnis hängt von den Entscheidungen mehrerer (mindestens zweier) Parteien ab.

3. Die Entscheidungen der Parteien können Einzel- oder Gruppenentscheidungen sein.

4. Jeder Entscheider ist sich diverser Interdependenzen bewusst.

5. Jeder Entscheider weiß, dass sich auch alle anderen Entscheider dieser Interdependenzen bewusst sind.

6. Jeder Entscheider berücksichtigt diese Prämissen bei seinem Handeln.

Fernerhin sind einige **Vorüberlegungen zur Person bzw. zum Wesen eines Spielers** anzustellen. Der Spieler kann sich zum einen **egoistisch** verhalten, dann entspricht er dem bereits angesprochenen Typus des **Homo oeconomicus**. Es ist manchmal schwierig, Menschen diese Eigenschaft zu vermitteln, da Egoismus im heutigen Zeitkontext nicht als erstrebenswerte Eigenschaft gilt, es brechen infolge des aus dem Homo oeconomicus heraus entwickelten Menschenbildes sogar Studierende der Wirtschaftswissenschaften ihr Studium ab. Zum anderen kann der Spieler **reziprokes Verhalten** zeigen. Dann tritt er im sozialen Kontext eher **altruistisch** auf. Beides kann als Alleinhandlung, im Team oder rational-strategisch geschehen. Beide Verhaltensprämissen stehen zurzeit im anhaltenden Diskurs der Ludologie.

Ein Spieler kann aber nicht spielimmanent wissen, wie sich (ob sich) die anderen Spieler ebenso verhalten wie er oder sie selbst. So sind **Spieler auch immer sozial handelnde Akteure**; und das Spiel prägt soziale Normen aus. Daher ist es als unumstößliche Erkenntnis der Erziehungswissenschaften angesehen, dass bereits sehr junge Individuen (Kinder!) im Spiel geübt werden müssen, um hinterher sozial anerkannt handelnde Wesen zu werden. Dies steht allerdings im Gegensatz zu einem Hauptanliegen der Spieltheorie, dass auch bei reziproker Sichtweise mindestens zwei rational handelnde Spieler beteiligt sein müssen. Grundsätzlich – im Sinne der Erreichung des Spielziels – verfolgt dabei jeder einzelne Spieler ein gegebenes teleologisches Ziel, z. B. so viel (an Credits o. Ä.) zu gewinnen wie möglich.

Damit sei eine wichtige Definition zwischengeschaltet:

Definition Teleologie:
Unter Teleologie (vom griechischen „τέλος, τελέως“: Ziel-, (End-)Zweck-, Wertgerichtetheit) versteht man die Logik, dass Lebewesen daseinsbestimmende und naturgegebene Ziele verfolgen bzw. Zwecke beabsichtigen, mit Bezug auf ihre Existenzbewältigung (Synonyme sind: vollendet, Erfüllung bringen, wirksam, reif, fehlerlos, im besonderen Sinne tüchtig, fest, bestimmt, endgültig, unumstößlich).

Ein weiterer nicht zu unterschätzender Aspekt, der in Abschnitt 5.5 vertieft werden wird, besteht in der **Natur bzw. anderen externen Gegebenheiten als Spieler**, die zwar nicht entsprechend einem Regelwerk als Spielpartei auftritt, die aber den Zufallsfaktor repräsentiert, der dem zufälligen Würfeln oder der Zufallsauswahl von Karten oder den generellen Möglichkeiten entspricht, welche durch die Spielregeln vorgegeben sind.

Zur **Plastifizierung dienen Naturphänomene**, wie das Heraufziehen eines Tornados, Gewitters oder andere Formen des Unwetters: Sie zwingen eine Person, sich zu überlegen, ob sie einen Regenschirm zum Schutz mitnehmen will oder aber zu Hause bleibt bzw. sogar die Region aufgrund der Bedrohung verlassen wird. Das Unwetter ist theoretisch somit nicht als echter Gegenspieler anzusehen, sondern als Naturerscheinung wie ein nicht einzuschätzender Gegenspieler im Sinn der Spieltheorie. **Das Unwetter ist somit ein zufälliger Spieler**: Es wird **in der Spieltheorie Umweltzustand** genannt.

In jedem dieser Fälle ist ein strategisches Verhalten der Spieler zwingend notwendig. Das gilt sowohl für einen egoistisch als auch für einen altruistisch eingestellten Spieler. Ohne Strategie wird er nicht errfolgreich sein. Daher ist dieses **strategische Verhalten eines Spielers** im Sinne der **Spieltheorie** zu beleuchten:
Sie untersucht in Forschung und Praxis, was passieren kann, wenn mehrere vernunftbegabte Spieler ein Spiel spielen und dabei versuchen, sich gegenseitig – aufgrund der (ebenfalls fiktiven!) daseinsbestimmenden Existenzbewältigung – „auszutricksen“. Da trotz identisch bestehender

Genrepräferenzen, die zum Spiel verleiten, jeder Mensch **differierende individuelle Interessen** hat, **sieht die Strategie des „Austricksens" unterschiedlich** aus.

Teleologisch ist zu konstatieren, dass das Austricksen als Strategie nicht allein dem Selbstzweck dient, sondern vor allem dazu, selbst möglichst gut dazustehen und hoch gewinnen zu wollen. Selbstverständlich weiß jeder Mitspieler, dass die anderen Spieler die identische Absicht haben. Das wird zum Beispiel sehr deutlich in dem „Fangen-Spiel" von Kindern.

Bei sämtlichen Kinderspielen erkennt man, dass die Interessen ganz klar unterschiedlich sind. Beim Fangenspiel verhält es sich so, dass der Fänger sein Ziel verfolgt, die anderen zu fangen. Die Gegenseite setzt durch ihre Strategien alles daran, nicht gefangen zu werden. So wäre es zum Beispiel eine schlechte Strategie der Fänger, einfach stehen zu bleiben. Die Strategie der Bewegungstäuschung lässt den Fänger oft ins Leere greifen. Manchmal kann jedoch auch das Stehenbleiben beim Fangenspiel eine wirkungsvolle Strategie darstellen (vgl. Videoquelle am Ende dieses Kapitels).

Im Spiel „Mensch ärgere Dich nicht" handelt beispielsweise neben den menschlichen Spielern die **Natur in Form des Spielwürfels** als weiterer Mitspieler. Dieser bestimmt durch den zufälligen Wurf die Anzahl der zu überspringenden Felder, die auf dem Spielfeld mit den farbigen Figuren ausgeführt werden. Die Entscheidung des Spielers, regelgeleitet, ist auf die Wahl seiner zur Verfügung stehenden Spielfiguren beschränkt. Bevor wir zu einem reinen Formalismus übergehen, ist – sicherlich etwas populärwissenschaftlich – **einiges zu den Spielregeln** zu sagen:

Damit ein Spiel determinativ sowie definitorisch überhaupt ein Spiel ist, benötigt es zwingend Regeln, damit sichergestellt ist, was jeder einzelne Spieler teleologisch machen kann und nicht machen darf. Beim (klassischen) Damespiel ist genau festgelegt, wie sich die Figuren bewegen lassen, wann das Spiel beendet ist und dass die Sichtbarkeit der jeweiligen Bewegungen gegeben ist. Dabei gibt es regionale Entwicklungen und Erweiterungen (8 x 8-Dame vs. 10 x 10-Dame mit unterschiedlichen Spielergebnissen bei optimalem Spiel, wie auch hier Computerprogramme herausgefunden haben, regionale Zugregelunterschiede wie russische Dame, englische Dame usw.).

Wird im Schachspiel der König mattgesetzt, dann freut sich der Gewinner. Beim Schach ist es einfach zu sehen, woher die Regeln kommen. Sie wurden vermutlich in Indien in der Urform des Schachspiels Tschaturanga festgelegt. **Doch die Spielregeln wandelten sich im Lauf der Zeit**, was mit Sicherheit auch in Korrelation zur gesellschaftlichen Entwicklung geschah. Im 15. Jahrhundert kam es, vermutlich in Spanien, zu einer großen Reform der Spielregeln, bei denen die heute gültigen Gangarten für Dame und Läufer sowie die mehrfachen Zugmöglichkeiten des Bauern sowie die Rochade-Regel erfunden wurden und fortan galten.

Diese Entwicklungen sind vermutlich auf die gegenwärtigen Lebenswirklichkeiten der Menschen als auswirkbar aufzufassen. Es stellt sich faktisch die Frage: **Kann die gegenwärtige Lebenswirklichkeit ebenfalls als Spiel aufgefasst werden?**

Auch hier bestehen bestimmte normative Regeln, die das Verhalten festlegen. In sozialwissenschaftlichen Sachverhalten ist es häufig schwer zu sehen, woher die Regeln stammen. Zum einen entstehen sie durch kulturelle und andererseits durch gesellschaftlich bedingte Prozesse, deren Ergebnisse gesellschaftliche Normen konstituieren, an denen sich die Menschen orientieren. In den **Cultural Studies** haben sich **zwei Bedeutungen** etabliert: „zum einen **Kultur als Gesamtheit einer Lebensweise**, zum anderen **Kultur als ein spezifisches Bedeutungssystem**". In beiden Konzepten wird davon ausgegangen, dass Kultur stets ein konfliktäres Feld ist.
John von Neumann und Oskar Morgenstern sind über diese sozialtheoretischen und kulturhistorischen Definitionen hinausgegangen. Ihr Weg war, wie bereits in Kapitel 1 dargelegt wurde, mehr der **mathematisch-formalen Darstellung** zugewandt. Nach ihnen ist das **Spiel die Gesamtheit**

aller Regeln, sowohl kognitiv als auch konativ, die es beschreiben. Diese **Explikation wird universell**, sobald der Begriff **Spielregeln** aus dem Kontext eines Gesellschaftsspiels herausgelöst und **wie folgt interpretiert wird**:

a) Die **Anzahl der Mitspielenden** ist bekannt.

b) Normativ gibt es zu jedem Spielstand jeweilige **Angaben** darüber, **wer** gerade **am Spielzug** ist.

c) Es ist klar, **welche Zugmöglichkeiten bestehen** für den (die) jeweiligen Spieler, der/die am Zug ist (sind).

d) **Welche Informationen** bestehen und notwendig sind, zum Beispiel **Kenntnis der eigenen** und der **bereits ausgespielten Karten**, die dem jeweiligen Spieler zur Verfügung stehen sollten, damit er oder sie überhaupt seine/ihre Entscheidung treffen können.

e) **Wer** hat **am Ende** des Spiels **gewonnen**, **was** und **wie viel** haben er oder sie gewonnen: Der **Gewinn** eines Spiels beziehungsweise eines Spielers wird als **Auszahlung** bezeichnet.

f) **Sobald** im Spiel **Zufallszüge** bestehen: **Wie wahrscheinlich sind mögliche Ergebnisse?**

Merke: **Die Regeln eines Spiels lassen sich im Sinne eines rein mathematischen Modells durch mathematische Objekte, zum Beispiel Zahlen, Mengen und Abbildung beschreiben und determinieren. Die Spieltheorie modelliert in diesem Sinne nicht nur Gesellschaftsspiele, sondern auch beliebige interaktive Entscheidungsprozesse jeglichen ökonomischen Interesses.**

2.1 Formale Erfassung von Spielen

Um mit unseren Untersuchungen beginnen zu können, müssen **Spiele in eine formale, mathematische Sprache übersetzt** werden. Da Menschen das Spielen als Kind in einem dementsprechenden Umfeld mit eingeschränkten kognitiven und logischen Kapazitäten erlernen, erscheint dieser Gedanke zunächst fremd; er ist aber für wissenschaftliche Untersuchungen unabdingbar. So besteht ein Spiel aus folgenden Formalkomponenten:

a) der Menge der Spieler: N = {1… n}

b) dem Strategieraum S, der die Menge der Strategiekombinationen der einzelnen Spieler angibt. In vektorieller Schreibweise sieht das so aus: $S = (s_1, s_2, \ldots s_i, \ldots s_n)$. In dieser beispielhaften Darstellung sehen wir n verschiedene Strategien. n kann bei komplexen Spielen, z. B. beim Schach (dort hat der Weißspieler bereits im 1. Zug 20 Möglichkeiten, die stellvertretend für 20 Strategien stehen müssen – anders wäre alles Folgende dort gar nicht darstellbar –, von denen nach derzeit vorherrschender theoretischer Meinung 14 einen ernsthaften Sinn ergeben), einen hohen Wert ausmachen, doch bei den hier (in einem Grundlagenskript) vorgestellten Beispielen bewegt sich n im Regelfall bei n = 2 bis n = 4.

c) Auszahlungsfunktion bzw. Nutzenfunktion: Hier wird die „Auszahlung an den Spieler“ dargestellt. Die Auszahlung zeigt, was ein Spieler erlangt, wenn er eine bestimmte Strategie anwendet. Nun ist die Auszahlung ein konkreter Wert, z. B. die Auszahlungssumme bei einem Glücksspiel. Wird also zum

Beispiel beim klassischen Roulette-Kesselspiel in einer deutschen Spielbank 1 Jeton auf ein Zahlenfeld gesetzt, so beträgt die Auszahlung 36 Jetons, wenn diese Strategie erfolgreich war, also die gesetzte Zahl fällt. Hier ist dreierlei hervorzuheben:

- Es handelt sich um eine Auszahlung, nicht um einen Gewinn: Dieser läge bei 35 Jetons (36 Jetons der Auszahlung minus 1 Jeton Einsatz).

- Die Auszahlung ist von der Strategie abhängig. Es gibt viele andere Strategien (z. B. Setzen auf „einfache Chance“, etwa auf „ROT“ oder „SCHWARZ“), was nur zur Auszahlung von 2 Jetons führen kann. Also ist die Auszahlung von der Strategie abhängig: $AZ = AZ\ (s_i)$

- Besonders wichtig ist der **2. Begriff:** der **Nutzen U**. Die Auszahlungen müssen in eine Nutzenfunktion überführt werden, denn der Spieler muss für sich den Nutzen der gewählten Strategie (und der damit verbundenen Auszahlung) bewerten. Es gilt also: $U = (u_1, \dots u_n)$. Der Nutzen hat aber eine andere Eigenschaft als die skalierte Auszahlung: Der Nutzen ist ordinal, d. h. dass die verschiedenen Auszahlungsergebnisse in eine Reihenfolge gebracht werden müssen. Der Nutzen wird dann gemessen durch einen Nutzenwert U; dabei ist ein hoher Wert besser als ein niedriger Wert. Wir erhalten:

  $u_i\ (s)$ = Nutzenfunktion des Spielers i, wenn er die Strategiekombination s spielt.

(Um die Ermittlung von Nutzwerten zu verbessern – hier stehen zunächst nur diskrete Modelle zur Betrachtung an –, werden wir im Kapitel 3 Nutzenfunktionen diskutieren.)

Diese Darstellung endet mit dem Auszahlungsraum, der alle möglichen Nutzenkombinationen abbildet:
$A = \{u\ (s) \mid s \in S\} = \{u_1\ (s), \dots, u_n\ (s)\}$

d) Die Spielregeln, nach denen das Spiel verläuft.

Wir wenden unseren Formalismus nun auf das Gefangenendilemma an und beginnen mit d): Die Spielregeln sind hinlänglich erklärt. Es gibt 2 Spieler, die beiden Gefangenen, die wir mit 1 und 2 durchnummerieren. Es gibt auch 2 Strategien: „Nicht gestehen“ und „Gestehen“. Man könnte hier mit Buchstaben indizieren, da wir aber auf eine Matrix-Schreibweise bei diesem und ähnlichen Modellen hinauswollen, vergeben wir auch hier Zahlen:

„1“ steht für die Strategie „Nicht gestehen“ und „2“ steht für die Strategie „Gestehen“.

Somit kommen wir zu 4 denkbaren Spielszenarien:

= > s_{11}: Spieler 1 wählt die Strategie „Nicht gestehen“

= > s_{12}: Spieler 1 wählt die Strategie „Gestehen“

= > s_{21}: Spieler 2 wählt die Strategie „Nicht gestehen“

= > s_{22}: Spieler 2 wählt die Strategie „Gestehen“

Was das Ergebnis ist, sagt uns die Spielregel. Dabei ist offenbar von Bedeutung, dass jeder Spieler für sich eine Entscheidung trifft, das Ergebnis seiner Entscheidung aber von der Entscheidung des anderen Spielers abhängt.

Somit ergibt sich folgende **Ergebnismatrix:**

	Spieler 2	
Spieler 1	Nicht gestehen: s_{21}	Gestehen: s_{22}
Nicht gestehen: s_{11}	1 Jahr Haft für Spieler 1 1 Jahr Haft für Spieler 2	10 Jahre Haft für Spieler 1 3 Monate Haft für Spieler 2
Gestehen: s_{12}	3 Monate Haft für Spieler 1 10 Jahre Haft für Spieler 2	8 Jahre Haft für Spieler 1 8 Jahre Haft für Spieler 2

Tabelle 2: Ergebnismatrix des Gefangenendilemmas, Quelle: Holler, M.; Illing, G.: Einführung in die Spieltheorie, 8. Auflage, S. 3

Diese **Ergebnismatrix ist nun in eine Auszahlungs- bzw. Nutzenmatrix** zu überführen, welche den persönlichen Nutzen bzw. die Präferenz der Spieler bei ihrer Wahl wiedergibt. Dazu erhalten die möglichen Ergebnisse für einen Spieler Nutzenwerte von 1 bis 4. „1“ ist der geringste Nutzen eines Spielers, „4“ der größte Nutzen eines Spielers.

Also:	**Nutzen**	**Haftdauer**
	1	10 Jahre
	2	8 Jahre
	3	1 Jahr
	4	3 Monate

Übertragen wir diese Zahlen in die obige Matrix und wird in den Tupeln in den 4 grauen Feldern der 1. Spieler zuerst abgebildet, ergibt sich:

	Spieler 2	
Spieler 1	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(3/3)	(1/4)
s_{12}	(4/1)	(2/2)

Tabelle 3: Ergebnismatrix des Gefangenendilemmas auf Basis von Nutz- bzw. Auszahlungswerten, Quelle: Holler, M.; Illing, G.: Einführung in die Spieltheorie, 8. Auflage, S. 5

Auf Basis der 2. Matrix kann das Gefangenendilemma nun gelöst werden – wenn keine weiteren Bedingungen eingeführt werden und wenn strikt davon ausgegangen wird, dass beide Spieler Nutzenmaximierer sind.
Das führt zunächst zu einer weiteren Definition, die hier bereits wirkt, die dem Leser aber vielleicht gar nicht bewusst ist:

Definition nichtkooperatives Spiel:
Bei einem nichtkooperativen Spiel können die Spieler miteinander keine bindenden Verträge aushandeln und interessieren sich nicht für die Auszahlungsfunktion der anderen Spieler; jeder Spieler entscheidet sich nur für eine Strategie, die sein Interesse durchsetzen („Selfenforcing“) kann, *der Spieler ist in seinem Handeln nicht durch Konventionen beeinflusst.*

Das führt bei der mathematischen Disziplin der Spieltheorie dazu, dass **sie zweigeteilt** ist, und zwar in **nichtkooperative Spiele** und in **kooperative Spiele.** Kooperative Spiele werden z. B. von der Games-Wirtschaft in großem Stil vermarktet und verkauft. Dies betrifft vor allem das wichtige Genre internetbasierter Spiele, bei denen Hunderte von Spielern zur Partei werden und darüber hinaus Koalitionen schmieden können.

Wir bleiben beim **nichtkooperativen Gefangenendilemma** und stellen fest, dass die Lösung, die sich zwangsläufig und streng logisch einstellt, sein muss, dass beide Spieler gestehen, obwohl die Lösung, dass beide Spieler nicht gestehen, für jeden der beiden Spieler den größeren Nutzen bringt; die Nutzenkombination (3/3) wäre der Nutzenkombination (2/2) überlegen.

Der **Weg zu dieser Lösung** besteht darin, dass sich Spieler 1 (die folgende Argumentation ist absolut symmetrisch, gilt also auch aus der Sichtweise von Spieler 2) überlegen muss, was er zu tun hat, wenn er das Handeln von Spieler 2 (das er nicht kennt, mit dem er aber kalkulieren und daraus seine Strategie ableiten darf) berücksichtigt:

Variante 1: Spieler 1 unterstellt, dass Spieler 2 gesteht. Dann muss er auch gestehen, was ihm zwar 8 Jahre Haft einbringt, aber das ist besser, als unter der Annahme nicht zu gestehen, denn dies würde 10 Jahre Haft und damit den geringsten Nutzen ergeben.

Variante 2: Spieler 1 unterstellt, dass Spieler 2 *nicht* gesteht. Dann muss er aber gestehen, sodass er sogar mit nur 3 Monaten Haft und damit mit dem höchsten möglichen Nutzen des Spiels davonkommt.

Sie können die obigen Matrizen gern einmal aus Sicht des Spielers 2 durchlaufen und kommen immer zu dem Ergebnis, dass jeder Spieler gestehen muss. Daher ist das Spiel aus der Sicht des Aufstellers der Regeln, des Staatsanwaltes, so attraktiv. Es gestehen beide Verdächtige, jeder bekommt 8 Jahre Haft und der Staatsanwalt kann sich freuen. Es verwundert daher nicht, dass in der Praxis tatsächlich so verfahren wird.

Durch diesen Mechanismus kommen wir zu einer weiteren wichtigen Definition:

Definition dominante Strategie:
Eine Spielstrategie gilt als dominante Spielstrategie, wenn sie unter allen möglichen Strategien den höchsten Nutzen bietet, unabhängig davon, was die anderen Spieler tun.

Das Gegenteil hierzu ist eine **dominierte Strategie**, welche gegenüber allen anderen wählbaren Strategien **immer als nachteilig angesehen** werden muss. Dominierte Strategien können immer gestrichen werden, weil sie niemals Gleichgewichtsstrategien sein können.

Ein letzter Blick auf das Gefangenendilemma macht einige praktische Einwendungen:
1. Die Strategie des Staatsanwaltes verfängt sogar, wenn die beiden Gefangenen vor dem eigentlichen Verhör kurz miteinander sprechen können. Selbst wenn der eine dem anderen erklärt, dass „beide gestehen nicht“ für beide ein besseres Ergebnis bringt als „beide gestehen“, ist nicht garantiert, dass einer von beiden versucht, den anderen mit einem Geständnis zu betrügen (es gibt eben keine Bindung!).

2. Setzt man voraus, dass gefangene Straftäter nicht unbedingt ein Professor Moriarty[2] unter den Kriminellen sind, kann es vorkommen, dass mangels Einsicht in das Problem Abweichungen vom spieltheoretischen Ergebnis auftreten.

3. Das Spiel ist statisch, und es wird einmal gespielt, nicht mehrmals. Es geht, wie der Spielregel zu entnehmen ist, um ein **Verhör** für die Gefangenen, dem sich ein **Urteil anschließt**. Das führt uns zu weiteren Definitionen:

Definition Statisches Spiel:
Bei einem statischen Spiel führt jeder Spieler gleichzeitig (simultan) einen Zug aus. Jeder Spieler kennt nicht den Zug der (des) anderen Spieler(s). Nach der gleichzeitigen Durchführung der Züge wird das Ergebnis des Spiels festgestellt.

Das Gegenteil eines statischen Spiels ist ein dynamisches (auch: sequentielles) Spiel, bei dem die Spieler nacheinander ihre Züge (Handlungen, Strategieeinsätze) durchführen. Die Wahl der anderen Spieler ist also zum Zeitpunkt der eigenen Entscheidung beobachtbar.

Es wird mit einem sogenannten **„Spielbaum"** grafisch dargestellt, wobei dieser **Spielbaum mit Wahrscheinlichkeiten** versehen werden kann, um das Handeln der Spieler besser abzubilden.

Definition Einmaliges Spiel:
Bei einem einmaligen Spiel führt jeder Spieler seine Züge aus. Danach endet das Spiel mit einem Ergebnis. Das Spiel wird unter den besagten Spielern nicht wiederholt.

Das Gegenteil eines einmaligen Spiels ist offenbar ein mehrmaliges (wiederholtes) Spiel. Bei einem solchen wird unter den exakt selben Beteiligten wie beim einmaligen Spiel das Spiel endlich häufig wiederholt. Dies erscheint zunächst widersinnig: Warum sollte sich nun ein anderes Ergebnis einstellen, (vor allem, wenn jeder Spieler die optimale Strategie kennt und auch wählt). Aber: Z. B. das Ergebnis des Gefangenendilemmas könnte sich ändern, wenn die beiden Gefangenen nach Verbüßung ihrer Haftstrafen erneut gemeinsam Verbrechen begehen, wiederum gefasst werden und sich erneut in der obig ausführlich diskutierten Situation wiederfinden.

4. In der Definition eines nichtkooperativen Spiels ist obig eine Passage (***der Spieler ist in seinem Handeln nicht durch Konventionen beeinflusst)*** kursiv gedruckt. In der Praxis soll es durchaus Fälle von „Ganovenehre" (nach der man einen anderen nicht verrät oder anderweitig schlechter stellt) gegeben haben, was dann zu abweichenden Ergebnissen führte; logisch im Sinne der Spieltheorie ist so etwas aber nicht.

Eine weitere **Nomenklatur** sollte ebenfalls bekannt sein: die Unterteilung in **intensive und extensive Spiele**. Hierbei gibt es gewisse Überschneidungen und Synonyme in der Literatur. So werden intensive Spiele oft auch als „Spiele in (der) Normalform" bezeichnet und mit einmaligen Spielen gleichgesetzt. Letzteres ist nicht ganz korrekt, man kann sie durchaus mehrmals spielen!

[2] Professor Moriarty ist in den Sherlock-Holmes-Erzählungen von A. Conan Doyle der Gegenspieler des Meisterdetektivs und gilt in der Literatur als Musterbeispiel für einen genialen Verbrecher.

Extensive Spiele werden oftmals unter die dynamischen Spiele eingereiht oder gar mit diesen gleichgesetzt; sicher ist dies insoweit richtig, dass bei den dynamischen und bei den extensiven Spielen gleichermaßen die Spieler nacheinander ihre Entscheidungen treffen und nicht simultan.

Unseres Erachtens besteht der Unterschied – wenn er im Rahmen einer wissenschaftlichen Betrachtung herausgearbeitet werden soll – in der strategischen Herangehensweise: Dabei gilt:

a) Das intensive Spiel (auch: Spiel in **Normalform**):

Diese Spielform fokussiert vor allem auf die **A-priori-Strategiemengen der Spieler**. Wesentliche Elemente sind, wie bereits bei der ersten Auflösung des Gefangenendilemmas gezeigt wurde, die **Menge der Spieler, der Strategieraum**, die Auszahlungs- sowie **Nutzenfunktion** und die **Spielregeln,** unter denen die Strategie einmalig aufgestellt wird. Die Darstellung dieser Spiele erfolgt in Tabellen- bzw. Matrixform. Kapitel 5 dieses Lehrheftes ist im Wesentlichen diesen Spielen gewidmet. Das Gefangenendilemma ist das klassische Exempel dieser Spielform.

b) Das extensive Spiel:

Hier ist die **zeitliche Abfolge** der **Entscheidungen** und **Handlungen** der Spieler maßgeblich. Ihre **Darstellung** erfolgt in **Baumform** (s. o. – dynamisches Spiel). Die Spielverläufe sind umfangreich und können (bzw. müssen) aufgezeichnet werden. Bei diesen Aufzeichnungen ist anzugeben,

- **wie viele Mitspieler** (noch) beteiligt sind und deren genaue Benennung,

- der **aktuelle Spielstand** (auch „Position“ genannt) mit der Spezifikation, welcher Spieler am Zug ist, **welche Zugmöglichkeiten** er hat und auf welcher **Informationsbasis** er seine Entscheidungen treffen kann (hier u. U. unvollständige Information oder divergente Information zu anderen Spielern).

- Bei **Zufallszügen**, die nicht in der Entscheidung des Spielers stehen, ist anzugeben, mit welchen **Wahrscheinlichkeiten** diese zu welchen Spielständen führen und ob diese Zufallszüge **untereinander Korrelationen** aufweisen.

- Bei **Endpositionen** ist anzugeben, **wer das Spiel gewonnen** hat und zu welcher **Auszahlung** für die einzelnen Spieler dies führt.

Zum genaueren Handling des Spielbaums sei auf das Kapitel 4 verwiesen, weitere Ableitungen erfolgen ebenfalls in Kapitel 5.

2.2 Weitere Systematisierung von Spielen und Strategien

Nach der Auflösung des klassischen Gefangenendilemmas sollen nunmehr Strategien in bestimmten Spielsituationen entwickelt werden. Zusätzlich zum Begriff der dominanten Strategie sollen noch zwei weitere Eigenschaften einer Strategie benannt werden:

So gibt es die **reine Strategie**, bei der der Spieler seine **Strategie eindeutig determiniert** hat, aber auch eine **gemischte Strategie**, welche eine Verallgemeinerung des Begriffs der (reinen) **Strategie** ist. Dabei trifft der Spieler keine direkte Entscheidung, sondern er wählt einen Zufallsmechanismus, der eine reine **Strategie** bestimmt, durchaus aber **geleitet von Eintrittswahrscheinlichkeiten** der auswählbaren Strategien.

Um nun zu einer (zunächst reinen) Strategie zu gelangen, ist die Situation meist nicht so klar wie im Gefangenendilemma. Häufig gibt es gar keine dominante Strategie, was allein schon daraus resultiert, dass der Entscheider gar keine Kenntnis von den Handlungen (= Wahl ihrer Spielstrategien) der anderen Spieler hat. Dieses Problem führt uns zu zwei Definitionen:

Definition Spiel mit perfekter Information:
Von einem Spiel mit perfekter Information ist auszugehen, wenn jedem Spieler zum Zeitpunkt einer Entscheidung stets das vorangegangene Spielgeschehen, d. h. die zuvor getroffenen Entscheidungen seiner Mitspieler sowie die zuvor getroffenen Zufallsentscheidungen bekannt sind.

Definition Spiel mit imperfekter Information:
Infolgedessen liegt ein Spiel mit nur imperfekter Information vor, wenn ein Mitspieler keine oder nur unvollständige Informationen über das vorherige Spielgeschehen hat.

Synonym wird häufig auch von **vollkommener und unvollkommener Information** gesprochen. Ferner geht die Spieltheorie bei den unvollkommenen Spielen bei der praktischen Anwendung sogar davon aus, dass einzelnen Spielern die genaue Kenntnis der Spielregeln nicht bekannt ist. In ludologischer Hinsicht erscheint dies absolut widersinnig, denn ohne Regelkenntnis kann man ein Spiel ja gar nicht spielen, ohne dass es zu permanenten Missverständnissen, Streit oder zum Spielabbruch käme, doch bei wirtschaftswissenschaftlichen Fragestellungen ist es möglich, dass Marktteilnehmer nicht über alle Gegebenheiten am Markt informiert sind, was bei ihnen infolge Regelunkenntnis zu Fehlentscheidungen und zu Fehlentwicklungen führt, wenn der Markt als spieltheoretische Situation aufgefasst wird.

Beispiele für **Spiele mit perfekter Information** sind etwa die klassischen Brettspiele wie **Halma** oder **Schach**, die ohne Zufallseinfluss arbeiten, aber auch Backgammon oder „Mensch ärgere Dich nicht“, die ihren Spielverlauf unter dem Zufallseinfluss von Würfeln nehmen. Dabei ist es beim Schach sogar üblich, den Spielverlauf mittels einer exakten Doppik zu protokollieren.

Bei einem **Pokerspiel** hingegen wäre es **undenkbar,** den **Spielverlauf zu notieren**, wegen der **verdeckt gespielten Karten** ist dies auch unmöglich. Bei allen offen gespielten Karten in Kartenspielen kann es aber niemand verhindern, dass Spieler, die mit einem guten Gedächtnis ausgestattet sind, sich die offen gespielten Karten merken – übrigens eine Verhaltensweise, die in US-amerikanischen Casinos äußerst ungern gesehen wird. Dennoch sind **diese Kartenspiele Beispiele für Spiele mit imperfekter Information.**

In den **computergeschaffenen Welten** der **elektronischen Spiele** kommen oftmals **Mischformen** der beiden Definitionen zum Tragen: Die Spieler sehen meist das Abbild einer bestimmten Spielsituation, diese ist also als „Status quo“ bekannt, was aber nicht ausschließt, dass im weiteren Verlauf des Spiels Sachverhalte von Bedeutung sind, die zum Abbildungszeitpunkt des „Status quo“ noch nicht alle Spieler kennen.

Vertiefende Literatur zum Kapitel 2

a) Holler, Manfred J; Illing, Gerhard; Napel, Stefan: Einführung in die Spieltheorie, 8. Auflage, Verlag Springer-Gabler, München 2019, Seite 9–12, S. 30–41

b) Winter, Stefan: Grundzüge der Spieltheorie, 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, Verlag Springer-Gabler, Bochum 2018, S. 5–22, S. 25–26

c) Hepp, Andreas (Hrsg.): Handbuch Cultural Studies und Medienanalyse (Medien • Kultur • Kommunikation), Springer-Verlag, Bremen 2015, S. 276

d) Kirchkamp, Oliver: Quantitative Wirtschaftstheorie, Spieltheorie, 2017, URL: www.kirchkamp.de, Einsichtnahme am 17.10.2021, 12.30 h

e) Mäs, Michael: Homo Socialis vs Homo Oeconomicus, URL: https://www.youtube.com/watch?v=mZvTUun0ODk, Einsichtnahme am 11.12.2021, 20.50 h

f) O.V.: „Was ist der Homo Oeconomicus?“, URL: https://www.youtube.com/watch?v=L2vRagfdSh4, Einsichtnahme am 10.12.2021, 20.00 h

g) O.V.: Kurze Geschichte des Schachspiels, URL: https://www.youtube.com/watch?v=ukK5XJ-DuHs, Einsichtnahme am 10.12.2021, 21.00 h

h) O.V.: Alte Kinderspiele, URL: https://www.youtube.com/watch?v=pZTK0LgPDzg, eingesehen am 08.12.2021, 13.45 h

i) O.V.: Kettenfangen, URL: https://www.youtube.com/watch?v=oeq57vUFBvw, eingesehen am 09.12.2021, 16.15 h

Übungsaufgaben zur Selbstkontrolle **SK**

1. Recherchieren Sie das altbekannte Kinderspiel „Schere-Stein-Papier“ und:

a) erklären Sie kurz die Spielregeln,
b) stellen Sie eine Auszahlungsmatrix (Ergebnismatrix) auf.
c) Wie ändern sich die Spielregeln durch die Einführung der Strategiealternative „Brunnen“?
d) Stellen Sie auch hierfür eine Auszahlungsmatrix auf.

2. Ordnen Sie diesem Kinderspiel die Begriffe

a) „intensives Spiel“ – „extensives Spiel“
b) „kooperatives Spiel“ – „nichtkooperatives Spiel“
c) „einmaliges Spiel“ – „mehrmaliges Spiel“ zu.

3. Zwei Mafiosi, Luigi und Paolo, kontrollieren in New York den Drogenhandel. Dabei bekriegen sie sich auf unschöne Art und Weise, jeden zweiten Tag muss ein „Mitarbeiter“ infolge von Schusswunden ausgewechselt werden. „Das muss anders werden!“, sagen sich die beiden und treffen sich. Paolo rechnet vor: In der gegenwärtigen Situation laufen die „Kriegskosten“ so hoch auf, dass beiden Mafiosi nur ein Gewinn von 100.000 $ pro Woche bleibt. Lassen beide den anderen in Ruhe, so wird jeder von ihnen mit einem Gewinn von 600.000 $ pro Woche rechnen können. Sie kommen zu dem Schluss, dass es besser ist, Frieden zu halten, anstatt einen umzulegen. Die „Angestellten“ der beiden Mafiosi sollen von nun an beide keine Waffen mehr tragen.
So verlassen sie einander, nachdem sie den Handel mit einem Grappa besiegelt haben. Auf der Heimfahrt überlegt Luigi: „Wenn ich aber nun, wo Paolos Leute keine Waffen mehr tragen werden, reinen Tisch mache, so fallen mir pro Woche 1.000.000 $ anheim, und Paolo geht leer aus!“ Und auch Paolo überlegt sich beim Nachhausekommen: „Luigis Männer gehen nun unbewaffnet. Da könnte ich dick aufräumen, das bringt mir mindestens 1.000.000 $ pro Woche, und Luigi schaut in die Röhre, der kriegt nichts!“

a) Erstellen Sie eine Auszahlungsmatrix.
b) Was ist für beide Spieler die dominante Strategie?
c) Beweisen Sie Ihre Antwort mit einer logischen Gedankenkette.
d) Worin besteht die Analogie zum Gefangenendilemma?
e) Was könnte sich – vorausgesetzt, Paolo und Luigi gehören weiterhin zu den Überlebenden – bei und nach einem zweiten (dritten, vierten …) Treffen der beiden Mafiabosse ändern?

Zusätzliche Gruppenarbeit:

Überlegen Sie mögliche Strategien, beim Finderspiel „Fangen“ nicht gefangen zu werden.

Lösungen der Übungsaufgaben **LÖ**

Zu 1)

a) Dieses Spiel, auch bekannt unter Namen wie „Schnick, Schnack, Schnuck“, u. Ä. besteht darin, dass zwei Spieler sich gegenseitig eine Hand mit einem Symbol zeigen. Diese Symbole sind zwei im Winkel von ca. 45° gespreizte Finger für „Schere“, eine geschlossene Faust für „Stein“ und eine flache Hand für „Papier“. Dabei schlägt Stein die Schere, das Papier schlägt den Stein und die Schere schlägt das Papier. Zeigen beide Spieler dasselbe Symbol, muss das Spiel wiederholt werden.

b) Eine Auszahlungsmatrix könnte so aussehen:

	Spieler 2			
		Schere	Stein	Papier
Spieler 1	Schere	0/0	-1/1	1/-1
	Stein	1/-1	0/0	-1/1
	Papier	-1/1	1/-1	0/0

c) Das Spiel gibt es international und national/regional in zahllosen Varianten. Die Symmetrie der obigen Auszahlungsmatrix wird dadurch gestört, dass nicht mehr jedes Symbol mit einer Wahrscheinlichkeit von je 0,333… zu Gewinn, Remis bzw. Verlust führt. Die Gewinn- bzw. Verlustaussichten eines jeden Symbols müssen dann relativ zu den bereits vorhandenen Symbolen definiert werden. Für das Symbol „Brunnen“ gilt allgemein und zusätzlich zu den unter a) beschriebenen Regeln:

Brunnen schlägt Stein und Schere, verliert aber gegen Papier.

d) Die Auszahlungsmatrix sähe dann so aus:

	Spieler 2				
		Schere	Stein	Papier	Brunnen
Spieler 1	Schere	0/0	-1/1	1/-1	-1/1
	Stein	1/-1	0/0	-1/1	-1/1
	Papier	-1/1	1 /-1	0/0	1/-1
	Brunnen	1/-1	1/-1	-1/1	0/0

Zu 2)

a) Beim intensiven Spiel ziehen beide Spieler gleichzeitig; auf jeden Fall wird dem Gegenspieler der Zug des Widerparts erst nach Ausführung seines eigenen Zuges bekannt. Beide Parteien können nicht auf den Zug des Gegners reagieren und spielen somit ihre A-priori-Strategie.

Beim extensiven Spiel können die Züge jeder Partei auf die offenen und bekannten Züge der anderen Partei aufgefasst werden. Die Darstellung der Züge folgt protokollarisch oder als Spielbaum.

Literaturverzeichnis und Quellennachweis

Amann, Erwin: Spieltheorie für Dummies, Wiley-Verlag, Weinheim 2012

Backhaus, Klaus et al.: Multivariante Analysemethoden, 15. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2018

Bartholomae, Florian/Wiens, Marcus: Spieltheorie: Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch, 2. überarbeitete und ergänzte Auflage, Verlag Springer-Gabler, Wiesbaden 2020

Bourier, Günther: Beschreibende Statistik, 13. Auflage, Verlag Springer-Gabler, Regensburg 2018

Bourier, Günther: Schließende Statistik, 9. Auflage, Verlag Springer-Gabler, Regensburg 2018

Fisher, Len: Spieltheorie im Alltag, Verlag Spektrum-Springer, Heidelberg 2010

Götze, Uwe: Investitionsrechnung, 7. Auflage, Springer-Verlag, Chemnitz 2014

Hepp, Andreas: Handbuch Cultural Studies und Medienanalyse (Medien • Kultur • Kommunikation), Springer-Verlag, Bremen 2015

Holler, Manfred/ Napel, Stefan: Einführung in die Spieltheorie, 8. Auflage, Verlag Springer-Gabler, München 2019

Karwatt, Lothar: Begleitheft zur beschreibenden Statistik, Ausgabe für den Fachbereich Wirtschaft, DIPLOMA-Lehrhefte, Göttingen 2018

Karwatt, Lothar: Begleitheft zur schließenden Statistik, Ausgabe für den Fachbereich Wirtschaft, DIPLOMA-Lehrhefte, Göttingen 2018

Kirchkamp, Oliver: Quantitative Wirtschaftstheorie, Spieltheorie, 2017, URL: www.kirchkamp.de, Einsichtnahme am 17.10.2021 um 12.30 h

Laux, Helmut: Entscheidungstheorie, 9. Auflage, Springer-Verlag 2014

Mäs, Michael: Homo Socialis vs Homo Oeconomicus, URL: https://www.youtube.com/watch?v=mZvTUun0ODk, Einsichtnahme am 11.12.2021 um 20.50 h

O.V: „Was ist der Homo Oeconomicus?“, URL: https://www.youtube.com/watch?v=L2vRagfdSh4, Einsichtnahme am 10.12.2021 um 20.00 h

O.V: Kurze Geschichte des Schachspiels, URL: https://www.youtube.com/watch?v=ukK5XJ-DuHs, Einsichtnahme am 10.12.2021 um 21.00 h

O.V: Alte Kinderspiele, URL: https://www.youtube.com/watch?v=pZTK0LgPDzg, eingesehen am 08.12.2021 um 13.45 h

O.V.: Kettenfangen, URL: https://www.youtube.com/watch?v=oeq57vUFBvw, eingesehen am 09.12.2021 um 16.15 h

O.V.: Das Spiel „Schere-Stein-Papier“, URL: https://www.youtube.com/watch?v=YJdKSqYKsFA, Einsichtnahme am 09.12.2021 um 15.15 h

Piekenbrock, Dirk: Präferenzordnung, in: Gablers Wirtschaftslexikon online, dauerhafte URL: https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/praeferenzordnung-41942/version-265298, Einsichtnahme am 31.10.2021 um 17.00 h

DIPLOMA

Private staatlich anerkannte Hochschule
University of Applied Sciences

DIPLOMA Hochschule

Studienservice
Herminenstraße 17 f
31675 Bückeburg

Tel.: +49 (0)40 228 988 240
meinstudium@diploma.de
diploma.de

diploma.de

Du möchtest mehr erfahren?

Unser aktuelles Studienangebot und weitere Informationen sowie unsere Angebote zur Studienberatung findest Du auf **www.diploma.de**